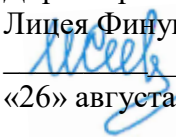


Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Лицея Финуниверситета

 И.В. Сивцова

«26» августа 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
«ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИКЕ»
Среднее общее образование

Москва – 2026

Рабочая программа согласована
на заседании педагогического совета
Протокол № 1 от «26» августа 2026 г.

Рабочая программа курса внеурочной деятельности

«Практикум по математике»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Практикум по математике» рассчитана на обучающихся 10-11 классов. Процесс решения задач служит одним из средств овладения системой научных знаний по тому или иному учебному предмету. Особенно велика его роль при обучении математике, где задачи выступают действенным средством формирования основополагающих математических знаний и умений. В процессе решения, обучающиеся овладевают методами решения различных математических задач, знакомятся с прикладными вопросами математического знания. Решение нестандартных задач в выпускном классе служит обобщению и систематизации полученных ранее знаний, а также формирует базу для дальнейшего изучения математических дисциплин в вузе.

Программа курса ориентирует учителя на дальнейшее совершенствование уже усвоенных обучающимися знаний и умений. Для этого вся программа делится на несколько разделов. В программе выделены основные разделы школьного курса математики, в начале изучения которых с обучающимися повторяются основные теоретические факты и понятия, а также формулы данного раздела. При подборе задач по каждому разделу можно использовать вычислительные, качественные, графические, практико-ориентированные задачи.

В старшей школе при решении задач особое внимание уделяется последовательности действий, анализу математической проблемы и ее прикладного значения, проговариванию вслух решения, анализу полученного ответа.

При повторении обобщаются, систематизируются как теоретический материал, так и приемы решения задач, принимаются во внимание цели повторения при подготовке к единому государственному экзамену.

При решении задач с параметром, задач по планиметрии и стереометрии главное внимание обращается на формирование умений решать и записывать решение задачи, на накопление опыта решения задач различной трудности.

Цель программы

- обеспечить дополнительную поддержку обучающихся при освоении курса математики на углубленном уровне, а так же подготовку к участию в профильных олимпиадах, поскольку программа предусматривает решение задач главным образом повышенного, высокого и олимпиадного уровней;
- познакомить с методами решения нестандартных задач.

В соответствии с планом внеурочной деятельности Лицея на освоение курса внеурочной деятельности «Практикум по математике» отводится 136 часов. Рабочая программа предусматривает обучение в объеме 2 часа в неделю

в течение двух учебных лет. Распределение часов для изучения различных разделов программы не является жестко детерминированным. Оно может варьироваться в зависимости от подготовленности и запросов обучающихся.

Используемые учебники и пособия

1. Эйсымонт И.М. Сборник задач для подготовки к ЕГЭ по математике (профильный уровень): учебное пособие // Москва: РУСАЙНС, 2025
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2025. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Ященко. — М., 2019.
3. Высоцкий В.С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. – 2-е издание, исправленное и дополненное. М.: Научный мир, 2024.
4. ЕГЭ-2024/2025: Математика. Профильный уровень: Типовые экзаменационные варианты. 36/10 вариантов профильный уровень / под ред. И.В. Ященко. – М.: Национальное образование, 2026

Литература и Интернет-ресурсы

1. <http://math100.ru/ege/ege-profil/>
2. <http://alexlarin.net/>

РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ»

Личностные результаты

- в ценностно – ориентационной сфере – чувство гордости за российскую математическую науку, гуманизм, положительное отношение к труду, целеустремленность;
- в трудовой сфере – готовность к осознанному выбору дальнейшей образовательной траектории;
- в познавательной (когнитивной, интеллектуальной) сфере – умение управлять своей познавательной деятельностью.

Метапредметные результаты

- овладение умениями проводить анализ поставленной задачи, подбирать и реализовывать методы решения, анализировать результаты;
- развитие познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей в процессе решения математических задач и самостоятельного приобретения новых знаний, расширение границ применимости математических знаний;
- воспитание духа сотрудничества в процессе совместного выполнения задач, уважительного отношения к мнению оппонента, обоснованности высказываемой позиции, готовности к морально-этической оценке

- использования научных достижений, уважения к творцам науки и техники, обеспечивающим ведущую роль математики в современном мире;
- использование приобретенных знаний и умений для решения практических, жизненных задач, рационального природопользования и защиты окружающей среды, обеспечения безопасности жизнедеятельности человека и общества.

Предметные результаты

Обучающиеся должны уметь:

- анализировать математическую проблему;
- проговаривать вслух решение;
- анализировать полученный ответ;
- классифицировать предложенную задачу;
- составлять простейших задачи;
- последовательно выполнять и проговаривать этапы решения задачи средней трудности;
- выбирать рациональный способ решения задачи;
- решать комбинированные задачи;
- владеть различными методами решения задач: аналитическим, графическим и т.д.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ» С УКАЗАНИЕМ ФОРМ ОРГАНИЗАЦИИ И ВИДОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Алгебра

Числа, корни и степени. Логарифмы. Преобразования выражений. Квадратные уравнения и неравенства. Рациональные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения и неравенства. Показательные уравнения и неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Системы неравенств с одной переменной. Задачи с параметром и методы их решения.

2. Математический анализ

Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Обратная функция. Элементарные свойства функции. Линейная функция, её график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Квадратичная функция, её график. Степенная функция с натуральным показателем, её график. Показательная функция, её график. Логарифмическая функция, её график. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.

Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Исследование функций. Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

3. Тригонометрия

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Тригонометрические уравнения и неравенства. Тригонометрические функции, их графики.

4. Планиметрия

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Вписанные и описанные окружности. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Координаты и векторы на плоскости.

5. Стереометрия

Прямые и плоскости в пространстве. Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр). Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Шар и сфера, их сечения. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара. Координаты и векторы в пространстве.

6. Теория вероятностей и практико-ориентированные задачи

Элементы комбинаторики. Элементы статистики. Элементы теории вероятностей. Задачи с экономическим содержанием. Задачи на оптимальный выбор. Олимпиадные задачи.

Итоговое тестирование

Формы организации и виды деятельности

- проведение практического занятия;
- проведение лекции.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Тема	Форма деятельности	Количество часов на изучение
1.	Алгебра		
	Числа и дроби. Делимость целых чисел. ОТА	лекция; практическое занятие; кейс	8
	Линейные уравнения и неравенства. Пропорция. Модуль. Квадратный трехчлен	лекция	6
	Системы уравнений и неравенств	лекция; практическое занятие; кейс	6
	Задачи с параметром, сводящиеся к исследованию квадратного трехчлена	лекция; практическое занятие; кейс	6
	Показательные уравнения и неравенства с параметром	лекция; практическое занятие; кейс	4
	Логарифмические уравнения и неравенства	лекция; практическое занятие; кейс	4
	Комплексные числа	лекция	6
2.	Математический анализ		
	Основные элементарные функции, их свойства и графики	лекция	10
	Производная и первообразная	практическое занятие; лекция	8
	Решение задач с параметром графически	практическое занятие	6
3.	Тригонометрия		
	Тригонометрические функции	лекция; практическое занятие; тест	4

	Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром	лекция; практическое занятие; кейс	4
4.	Планиметрия		
	Координаты и векторы на плоскости	лекция; практическое занятие; тест	4
	Основы аналитической геометрии	лекция; практическое занятие; тест	4
5.	Стереометрия		
	Тела в пространстве и их сечения	лекция; практическое занятие; кейс	8
	Метод координат в пространстве	лекция; практическое занятие; кейс	8
6.	Теория вероятностей и практико-ориентированные задачи		
	Комбинаторика	лекция; практическое занятие; тест	6
	Дополнительные главы теории вероятностей	лекция; практическое занятие; тест	8
	Элементы математической статистики	лекция; практическое занятие; тест	4
	Оптимизационные задачи и задачи с экономическим содержанием	лекция; практическое занятие; кейс	8
	Олимпиадные задачи	лекция; практическое занятие; кейс	14
	Итого		136

Методические рекомендации

I. Алгебра

Числа и дроби. Делимость целых чисел. ОТА

На занятиях следует обратить внимание на свойства чисел, на задачи, решение которых строится на свойствах чисел, на основную теорему арифметики и ее следствия.

Особое внимание следует уделить методам построения математических доказательств: от противного, математическая индукция.

Целесообразно рассмотреть существующие методы извлечения корней из натуральных чисел. В частности, для вычислений методом разложения на простые множители необходимо отработать алгоритм разложения на простые множители натурального числа.

Линейные уравнения и неравенства. Пропорция. Модуль. Квадратный трехчлен

На примере линейных уравнений следует обсудить понятие корня уравнения, провести классификацию уравнений по множеству решений, обсудить основные методы решения линейных уравнений и неравенств, сводящихся к ним.

Рассматриваются два определения модуля: алгебраическое и геометрическое. Обсуждаются и отрабатываются два метода решения уравнений с модулями: через переход к равносильным системам и перебор случаев.

Особое внимание следует уделить знакомству с двумя основными методами решения задач с параметрами: аналитическим и графическим. Обсудить понятие семейства прямых, зависящих от параметра.

При решении квадратных уравнений особое внимание следует уделить рассмотрению вырожденных случаев: неполных квадратных уравнений, уравнений, у которых нет корней или два совпадающих корня (один корень).

Необходимо рассмотреть формулу разложения на множители квадратного трехчлена и ее использование при преобразовании алгебраических выражений.

Следует рассмотреть рациональные уравнения третьей и более высоких степеней, сводящиеся к решению квадратного уравнения путем замены переменной. Для многочленов третьей и более высоких степеней обсуждается теорема Безу, алгоритм деления многочлена на многочлен, схема Горнера.

При решении рациональных неравенств еще раз прорабатывается метод интервалов.

Особое внимание в этой теме уделяется решению иррациональных уравнений и неравенств. Здесь следует более глубоко обсудить понятия равносильного перехода и области допустимых значений уравнения или неравенства. Рекомендуется отходить от излишней формализации и алгоритмизации решения иррациональных неравенств в сторону аналитического подхода, что в дальнейшем поможет успешно решать задачи с параметрами.

Системы уравнений и неравенств

Здесь рассматриваются методы решения систем линейных и нелинейных уравнений с двумя переменными и систем неравенств с одной переменной. Следует обсудить различные подходы к решению систем неравенств, в частности, решение каждого неравенства как самостоятельного и пересечение полученных результатов с целью определения множества решений системы, или решение наиболее простого неравенства из системы и рассмотрения более сложного не на всей числовой прямой, а только на множестве решений первого более простого неравенства.

Задачи с параметром, сводящиеся к исследованию квадратного трехчлена

При рассмотрении задач с параметром на исследование положения корней уравнения или множества решений неравенства рекомендуется обратить особое внимание на то, что во многих задачах можно избежать иррациональных неравенств путем введения квадратичной функции.

При сведении задачи к исследованию квадратного трехчлена путем замены переменной следует научиться переходить от исходной задачи с параметром к равносильной так, чтобы не возникало необходимости в обратной замене переменной.

Показательные уравнения и неравенства

Начинать изучение этой темы рекомендуется с повторения свойств степеней с целыми и рациональными показателями.

При решении показательных уравнений и неравенств необходимо рассмотреть два основных метода: сведение к равенству (неравенству) двух степеней с равными основаниями и замену переменной. Решение неравенств рекомендуется строить, опираясь на монотонность показательной функции.

Показательные уравнения и неравенства с параметрами, как правило, решаются сведением к исследованию квадратного трехчлена путем замены переменной. В этом случае при переходе к эквивалентной задаче необходимо учитывать множество значений показательной функции.

Логарифмические уравнения и неравенства

Занятия по этой теме необходимо начать с подробного рассмотрения понятия логарифма и его свойств. Следует добиться свободного владения формулами на заданиях тестового типа прежде, чем приступать к уравнениям и неравенствам.

При решении логарифмических уравнений и неравенств следует еще раз обсудить понятие равносильного перехода и области допустимых значений. Необходимо рассмотреть два основных метода: сведение к равенству (неравенству) двух логарифмов с равными основаниями и замену переменной. Решение неравенств рекомендуется строить, опираясь на монотонность логарифмической функции.

Комплексные числа

Тема посвящена расширению понятия числа. Начать ее изучение следует с обсуждения истории развития математического знания: от натуральных чисел до комплексных.

Следует рассмотреть два определения комплексного числа: алгебраическое и тригонометрическое, и установить связь между ними. При обсуждении свойств так же целесообразно рассматривать их как на алгебраическом, так и на тригонометрическом языке.

II. Математический анализ

Основные элементарные функции, их свойства и графики

В отличие от основного курса математики, где функции обсуждаются отдельно в соответствующих темах алгебры, лекции практикума должны быть направлены на обобщение и систематизацию всех знаний о функциях. Следует обратить внимание на связь между различными функциями: линейная и степенная, квадратичная и степенная, показательная и логарифмическая. Особое внимание уделяется исследованию элементарных функций общего вида и построению их графиков.

Тригонометрические и обратные тригонометрические функции вводятся в темах «Тригонометрические функции» и «Тригонометрические уравнения и неравенства» раздела «Тригонометрия».

Прежде чем приступать к изучению таких понятий как производная и первообразная необходимо обобщить все уже полученные знания о функциях, обсудить понятия области определения и множества значений, рассмотреть элементарные свойства функций: непрерывность, периодичность, четность, нечетность. Особое внимание следует уделить понятиям наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке, определить точки максимума и минимума функции.

Производная и первообразная

Обсуждение понятия производной целесообразно начать с физического и геометрического смысла производной. Затем повторить основные правила дифференцирования. Основное же внимание в этом разделе уделяется решению прикладных задач с помощью производной, в частности нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке, отыскание точек максимума и минимума функции.

Необходимо рассмотреть основные формулы для отыскания первообразной и особенно рассмотреть ее роль при решении задач на отыскание площади фигуры, ограниченной графиком некоторой функции, обсудить геометрический смысл определенного интеграла и его связь с первообразной.

Решение задач с параметром графически

Решение задач с параметром графически – это подведение итога работы по многим направлениям. Здесь, в частности, необходимо вспомнить как строятся графики функций, которые не являются основными элементарными, например дробно-рациональной, но не дробно-линейной функции. Кроме этого, необходимо рассмотреть системы уравнений с параметрами, где одно из уравнений задает некоторую линию на плоскости, например, окружность.

С учетом вышесказанного эту тему следует изучать одной из последних, как бы подводя итог работы над другими разделами курса.

III. Тригонометрия

Тригонометрические функции

Работа с тригонометрическими функциями начинается с геометрического определения тригонометрических функций острых углов. Из теорем планиметрии выводятся основные тригонометрические тождества и значения тригонометрических функций основных острых углов. Далее повторяется понятие радианной меры угла и формула перехода от градусной к радианной мере.

Основным инструментом в этой теме является единичная окружность. Следует детально рассмотреть, как она вводится, как на ней определяются

углы и как с ее помощью понятие тригонометрических функций распространяется на углы произвольной радианной меры.

Необходимо повторить тригонометрические формулы двойного и половинного углов, формулы для суммы и разности углов, формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму и наоборот, формулы приведения. Следует рассмотреть метод введения вспомогательного угла.

Простейшие тригонометрические уравнения этой темы решаются исключительно на единичной окружности без использования общих формул.

Задачи с параметром посвящены работе с графиками тригонометрических функций.

Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром

В этом разделе рассматриваются тригонометрические уравнения с отбором корней. Следует рассмотреть такие методы решения тригонометрических уравнений как замена переменной, введение вспомогательного угла, универсальная подстановка, решение однородных тригонометрических уравнений. Особое внимание необходимо уделить рассмотрению уравнений с ограничениями на область допустимых значений.

Тригонометрические неравенства, как правило, не рассматриваются как самостоятельные задачи, а возникают в как ограничения на область допустимых значений уравнения. В связи с этим их рекомендуется решать на единичной окружности.

При отборе корней обсуждаются три основных метода: на единичной окружности, с помощью алгебраических неравенств и с помощью графиков тригонометрических функций. Необходимо обратить внимание на достоинства и недостатки каждого из методов, а так же обсудить проблемы, которые возникают при простом переборе корней.

IV. Планиметрия

Координаты и векторы на плоскости

В этой теме необходимо рассмотреть уравнения линий на плоскости, например, прямой и окружности, обсудить понятие вектора, скалярного произведения векторов и алгебраических операций с векторами.

В целом, эта тема является вспомогательной для тем «Решение задач с параметром графически» и «Метод координат в пространстве».

Основы аналитической геометрии

В этой теме следует рассмотреть кривые второго порядка. Прямую не как график функции, а как линию на плоскости, ее параметрическое уравнение. Следует обсудить общие уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы, их свойства и методы использования при решении задач с параметром.

V. Стереометрия

Тела в пространстве и их сечения

Эту тему следует посвятить более сложным задачам, включающим в себя построение сечения, доказательство его свойств и вычисление характеристик. Следует подробно обсудить требования, предъявляемые к чертежу в стереометрических задачах, методы построения сечений, а также такие понятия как расстояние от точки до плоскости, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, проекция прямой на плоскость, признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Метод координат в пространстве

Метод координат в пространстве во многих случаях облегчает решение стереометрических задач, поскольку сводит все к формальным алгебраическим вычислениям, но это часто приводит к тому, что за выкладками теряется стереометрическая суть задания. В связи с этим, не рекомендуется давать эту тему до тех пор, пока не усвоены основные теоремы стереометрии из темы «Тела в пространстве и их сечения».

При введении координат в пространстве следует обсудить круг задач, где это действительно целесообразно, в частности, когда речь идет о прямоугольном параллелепипеде, правильных треугольных и четырехугольных пирамидах, прямых призмах.

Необходимо рассмотреть уравнение плоскости в пространстве, формулу для расчета расстояния от точки до плоскости.

При рассмотрении векторов в пространстве следует особое внимание уделить вопросам параллельности и перпендикулярности векторов, понятию скалярного произведения.

VI. Теория вероятностей и практико-ориентированные задачи

Комбинаторика

Данная тема является основной при решении широкого класса олимпиадных задач. Тут необходимо обсудить: правила сложения и перемножения шансов, понятия выборки: с возвращением/ без возвращения, с учетом порядка/ без учета порядка.

Здесь следует рассмотреть такие комбинаторные понятия, как факториал, число сочетаний, число размещений.

Дополнительные главы теории вероятностей

При решении задач по теории вероятностей необходимо обсудить понятия пространства элементарных исходов, классическое определение вероятности, теоремы сложения и умножения вероятностей.

Следует рассмотреть дискретные и непрерывные законы распределения, понятие математического ожидания, дисперсии и функции распределения.

Элементы математической статистики

В этой теме следует познакомить с базовыми понятиями оценки неизвестных параметров распределения на основе статистических данных.

Рассмотреть точечные и интервальные оценки, понятие доверительной вероятности.

Оптимизационные задачи и задачи с экономическим содержанием

Эта тема посвящена задачам на построение математической модели реального экономического процесса. В частности, решаются задачи на кредиты с дифференцированными и аннуитетными платежами, задачи планирования производства, задачи оптимизации финансового портфеля.

Для решения таких задач необходимо знать основные свойства арифметической и геометрической прогрессий, производную.

Олимпиадные задачи

Задачи из этой темы носят нестандартный, олимпиадный характер. Они используют основные понятия теории чисел, понятие последовательности, комбинаторные формулы. Рекомендуется решать такие задачи на протяжении всего учебного года по одной-две в тот момент, когда обсуждаются соответствующие базовые понятия.